GEOMETRÍA DINÁMICA

ACTIVIDADES PROPUESTAS

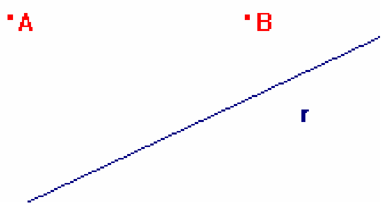
1. Dibujar un pentágono y trazar sus diagonales.

2. A partir de una circunferencia c y de un punto exterior A, trazar la circunferencia que tiene centro en el punto A y es tangente a la circunferencia c.

3. Dada una circunferencia de centro O, dibujar un triángulo equilátero cuyos vértices sean O y dos puntos de la circunferencia.

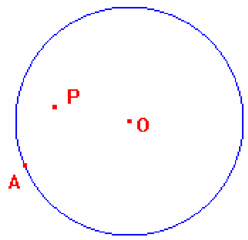
4. En un cuadrilátero de vértices ABCD,
   a. Dibujar el cuadrilátero cuyos vértices son los puntos medios de los lados del cuadrilátero ABCD.
   b. Construir el cuadrilátero que tiene como puntos medios de sus lados los puntos A, B, C y D.

5. Determinar en la recta r un punto C tal que el triángulo ABC sea isósceles en C. Encontrar otro punto D tal que el triángulo ABD sea isósceles en A. ¿Son únicos estos puntos?



6. Dados dos puntos A y B, sea r una recta que no es perpendicular a la recta AB. Dibujar la circunferencia que pasa por los puntos A y B y cuyo centro se encuentre en la recta r.

7. Sea A un punto de una circunferencia c con centro en O y P un punto interior. Trazar la circunferencia que pasa por el punto P y es tangente a la circunferencia c en el punto A.



8. Trazar las rectas tangentes a una circunferencia c por un punto exterior P. ¿Qué propiedad geométrica se aplica en la construcción?

9. Construir un cuadrado a partir del segmento AB correspondiente al lado. Dado un segmento CD dibujar un cuadrado cuya diagonal sea CD.

10. Una vez construida la circunferencia circunscrita a un triángulo ABC, aprovechando las características de los programas de geometría dinámica para mover los objetos iniciales y mantener las relaciones y distancias, investigar las cuestiones siguientes:
    a. ¿Qué condiciones o qué tipo de triángulo hará que circuncentro sea un punto interior al triángulo?
    b. ¿Cuándo el circuncentro será un punto exterior al triángulo?
    c. ¿Cuándo estará el circuncentro sobre el perímetro del triángulo?
    d. ¿Hay algún triángulo en el que el circuncentro sea uno de sus vértices?

11. En un triángulo ABC, dibujar la circunferencia inscrita.

12. En un triángulo ABC obtener los puntos correspondientes al baricentro y al ortocentro.

13. Dada una recta r, un punto P perteneciente a la recta y un punto A que no pertenece a r. Trazar la circunferencia que pasa por A y es tangente a r en el punto P. Incluir como comentario en la construcción las propiedades geométricas utilizadas para trazar la circunferencia.

14. Sobre dos semirrectas con el mismo origen A construir una circunferencia tangente a ellas.

15. Dados tres segmentos a, b y c; construir el triángulo cuyos lados son los tres segmentos dados.

16. Dibujar las alturas de un triángulo ABC para determinar el ortocentro. Mover los vértices del triángulo para determinar si el ortocentro puede quedar fuera del triángulo. ¿Es posible que el ortocentro esté situado en un lado del triángulo? ¿Y en uno de los vértices?

17. Una vez dibujado el baricentro G de un triángulo ABC mover los vértices para deducir si es posible que G quede fuera del triángulo. Medir AG y GM para encontrar la relación que verifica el baricentro en un triángulo.

18. En un triángulo ABC se trazan las siguientes rectas: altura sobre el vértice A, mediana sobre el vértice B y la bisectriz sobre el vértice C. Lo normal es que las tres rectas no se corten en un punto, por lo que intentaremos mover los vértices hasta conseguir que se corten en un punto. ¿Qué condiciones cumple el triángulo obtenido?

19. Comprobar que el circuncentro del triángulo medial es el punto medio del segmento OG de la recta de Euler siendo O el ortocentro y G el baricentro.

20. La recta de Euler pasa por uno de los vértices del triángulo cuando el triángulo es isósceles o rectángulo.

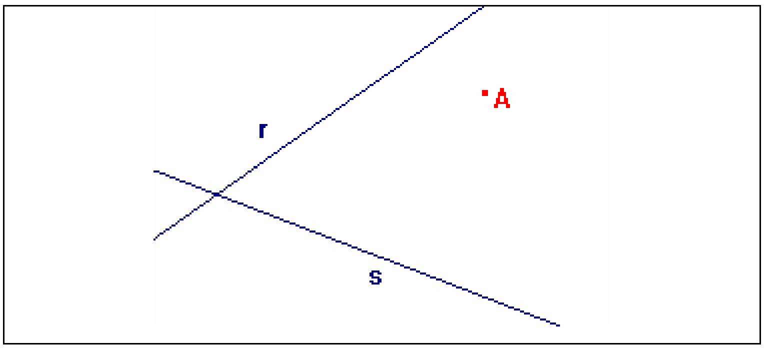
21. Se denomina triángulo órtico al formado por los pies de las alturas. Comprobar que el ortocentro de un triángulo acutángulo es el incentro de su triángulo órtico.

22. Comprobar las siguientes propiedades de la recta de Simson:
    a. La recta de Simson corta en el punto medio al segmento que une el punto P con el ortocentro del triángulo.
    b. Las rectas de Simson de los extremos de un diámetro son rectas perpendiculares.

23. Comprobar que el perímetro del paralelogramo de Varignon es igual a la suma de las diagonales del cuadrilátero original.

24. Sea ABC un triángulo acutángulo y P un punto sobre el lado AB. Obtener los puntos Q y R en los lados AC y BC respectivamente, tales que el perímetro del triángulo PQR sea mínimo.

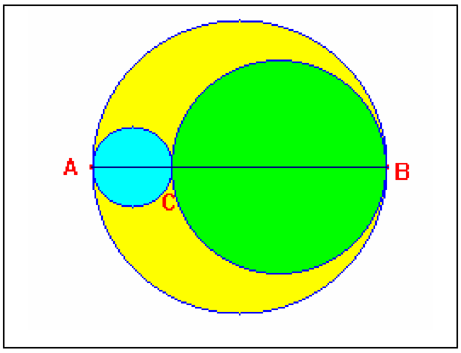
25. Las rectas r y s son mediatrices de un triángulo ABC. Conocido el vértice A, obtener los dos vértices restantes.



26. Dibujar un triángulo a partir del segmento correspondiente a un lado y de los dos ángulos adyacentes.

27. Comprobar que la potencia de un punto P con respecto a una circunferencia de centro O y radio r es igual al valor de $OP^2 - r^2$. ¿Qué ocurre cuando P es un punto interior a la circunferencia? ¿Y cuando P está sobre la circunferencia?

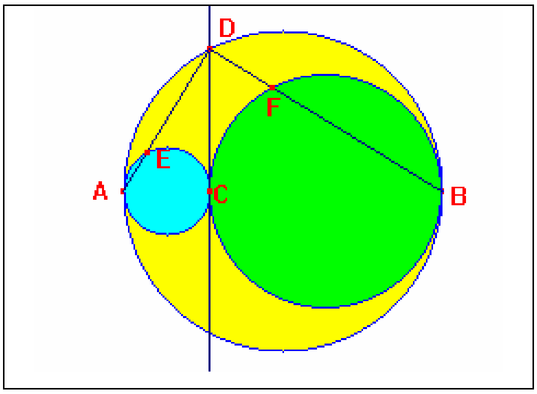
28. Realizar la siguiente construcción



Comprobar que:

a. El cuadrilátero CEDF es un rectángulo.

b. La recta EF es tangente a las dos circunferencias interiores.



29. En una circunferencia de centro C, sea ABC un triángulo con A y B situados en la circunferencia. Hallar el lugar geométrico de circuncentro, del baricentro y del incentro del triángulo cuando el punto A recorre la circunferencia.

30. Determina el lugar geométrico de los puntos A desde los que el segmento tangente AT a una circunferencia c tiene longitud a.

31. Hallar el lugar geométrico de la recta de Simson de un punto P cuando P recorre la circunferencia circunscrita.

32. Sea A un punto interior a una circunferencia c y B un punto de c. Sea P un punto de la prolongación de AB con la condición AB=BP. Determinar el lugar geométrico del punto P al variar el punto B.

33. Sea c la circunferencia de centro F y radio FB, A un punto de la circunferencia y F' un punto del radio FB.
    Sea P el punto de intersección del segmento AF y de la mediatriz del segmento AF'.
    Hallar el lugar geométrico descrito por el punto P cuando A recorre la circunferencia c.
    Demostrar que P es un punto de la elipse obtenida.

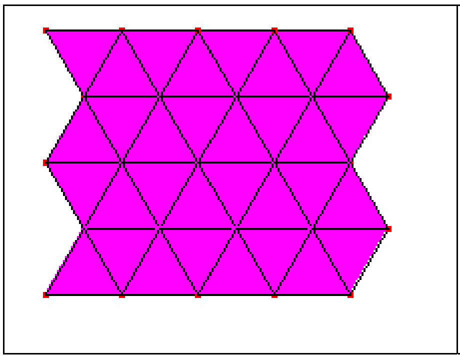
34. Construir la hipérbola a partir de la definición, como el lugar geométrico del conjunto de puntos que verifican que la diferencia de distancias a dos puntos fijos es constante.

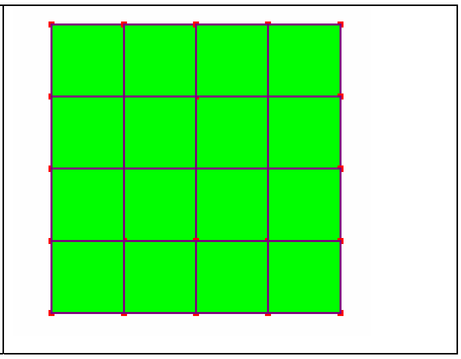
35. Construir la parábola como el lugar geométrico del conjunto de puntos d(P,F) = d(P,d), en la que F es el foco y d la directriz.

36. Crear una macro para dibujar un cuadrado a partir de los vértices correspondientes al lado.

37. Dibujar una macro para construir un triángulo equilátero.

38. Utilizando las correspondientes macros, dibujar los mosaicos siguientes:





39. Diseñar las correspondientes macros para obtener las circunferencias inscrita y circunscrita de un triángulo.

40. En un triángulo construir triángulos equiláteros sobre cada uno de sus lados. Comprobar las relaciones siguientes:
    a. Los centros de los triángulos equiláteros forman otro triángulo equilátero.
    b. Las circunferencias circunscritas a cada triángulo equilátero se cortan en un punto.

    Este punto se denomina punto de Fermat.